# Caracterización y Modelización de Sistemas Dinámicos no Lineales. Medidas de Desorden Dinámico y "Self-Correlation"

Juan Antonio Hernández Álvarez*, Rosa María Benito, Juan Carlos Losada
*Grupo de Sistemas Complejos, ETSI, Agrónomos*
*Universidad Politécnica de Madrid*
*28040 Madrid*

A lo largo de los años se han desarrollado multitud de técnicas e inventado indicadores destinados a caracterizar sistemas no lineales en general y caóticos en particular. Unos pocos, pero importantes ejemplos son: el Exponente de Lyapunov[1], la Entropía de Kolmogorov[2], La sección de Poincaré[3] y distintas definiciones de dimensión como puedan ser la Fractal[4] y la de Hausdorff[5]. Estos indicadores, diseñados para hacer mediciones sobre un sistema, reflejan el gran interés existente en la caracterización, que persigue en no pocas ocasiones la obtención de información sustancial que pueda ser útil en la construcción de modelos fiables, siempre con la esperanza de que presenten las mismas características que el sistema original.

Especial mención merece el estudio de aquellos sistemas que presentan un comportamiento caótico. El Caos Determinista es una disciplina completamente desarrollada como teoría en las últimas décadas, aunque ha sido en años recientes cuando ha llegado la verdadera avalancha de hallazgos de comportamiento caótico en multitud de sistemas físicos y sociales. Algunos de estos descubrimientos han tenido lugar en campos tan dispares como puedan ser las series económicas[6], el viento[7], los procesadores de computador[8] o las poblaciones de células[9].

Aunque la teoría de Sistemas Dinámicos no Lineales está firmemente desarrollada desde hace tiempo, nuevos enfoques han aparecido en fechas recientes. Algunos de ellos son: el estudio de redes complejas derivadas de una serie temporal[10], la combinación de medidas de complejidad con la entropía de Shannon[11] y la detección de patterns prohibidos en series temporales[12].

En este trabajo se pretende explicar una nueva metodología para caracterizar sistemas no lineales, basada en la medida de ciertas características de una serie temporal que hemos denominado Dynamical Order y Self-Correlation[13]. La primera se corresponde con lo desordenado que es el movimiento de la serie temporal en un espacio de estados bidimensional, mientras que la segunda es una medida de auto-correlación no lineal. Asimismo, se presentan los productos Escalar y Perpendicular convenientemente promediados a lo largo de la serie temporal, como indicadores para la medición de las mencionadas características.

La misma técnica puede ser empleada, tanto en órbitas provenientes de un sistema de ecuaciones, como en una serie temporal obtenida experimentalmente. La técnica básica es la misma. La metodología está definida para el estudio de sistemas no lineales en general, tanto teóricos como experimentales, independientemente de cualquier clasificación a priori del objeto a estudiar.

El objetivo perseguido es doble, por un lado caracterizar el sistema y por otro definir modelos fiables construidos sobre dicha caracterización. Dos aplicaciones bien distintas son presentadas para ilustrar la teoría general: la caracterización de un sistema caótico de dos dimensiones y la obtención de modelos para series temporales telefónicas obtenidas de una operadora nacional de telecomunicaciones.

Son relevantes varios aspectos que afloran en la aplicación del método expuesto, y que están relacionados con indicadores bien conocidos como son el Exponente de Lyapunov y la Información mutua. El Producto Escalar promedio puede ser utilizado como complemento del primero y el Producto Perpendicular promedio puede suponer una mejora del segundo en determinados sistemas.

---

* jantonio.hernandez@iberbanda.es

1 A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney and J. A. Vastano, Physica D, **16**, 285 (1985).
2 A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR, **124**, 754 (1959).
3 H. Poincaré, Gauthier-Villars et fils (1892).
4 B. B. Mandelbrot, W. H. Freeman & Co. (1983).
5 F. P. Hausdorff, Math. Annalen, **79**, 157 (1919) .
6 D. Guegan, Ann. Rev. Control, **33**, 89 (2009).
7 T., E. Karakasidis and A. Charakopoulos, Chaos Solit. Fract. **41**, 1723 (2009) .
8 Z. Halbiniak and I. J. Jozwiak, Chaos Solit. Fract. **31**, 409 (2007).
9 M. Laurent, J. Deschatrette and C. M. Wolfrom, PLoS ONE, **5**, 9346 (2010) .
10 J. Zhang and M. Small, Phys. Rev. Lett. **96**, 238701 (2006).
11 O. A. Rosso, H. A. Larrondo, M. T. Martin, A. Plastino and M. A. Fuentes, Phys. Rev. Lett. **99**, 154102 (2007).
12 J. M. Amigo, S. Elizalde and M. B. Kennel, J. Comb. Theory A, **115**, 485 (2008) .
13 J. A. Hernández, R. M. Benito and J. C. Losada, Int. J. Bifurcation and Chaos, accepted for publication (2010).